Grundlegende Algorithmen

Abgabe: bis 16. Jannuar, 16:00 Uhr, Briefkasten bei S0314

Aufgabe 1 (10 Punkte)

(a) Gegeben ist die Adjazenzmatrix A eines ungerichteten gewichteten Graphen G auf den Knoten $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ (aus Symmetriegründen genügen die Einträge der oberen rechten Dreiecksmatrix, die Zahlen geben die Gewichte an)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

und die Teilmenge $L = \{a, b, c, e, f, h, i\}$ (Die Knoten werden mit Buchstaben bezeichnet). Zeichnen Sie den Graphen G und den von L induzierten Teilgraphen $G[L]$ und geben Sie die Zusammenhangskomponenten an. (3 P.)
(b) Verbinden Sie die Knoten a und h mit einer Kante mit Gewicht 1. Finden und zeichnen Sie einen minimalen spannenden Baum. (4 P.)
(c) Ist der minimale Spannbaum eindeutig ? (3 P.)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:
Falls alle Kanten eines zusammenhängenden Graphen unterschiedliches Gewicht haben (jedes Gewicht tritt nur einmal auf), dann existiert genau ein minimaler spannender Baum.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Modifizieren Sie BFS so, dass folgende Spezifikation erfüllt ist (Pseudocode).
Eingabe: Graph G, Knoten s, z.
Ausgabe: Liste L, die einen Pfad von s nach z enthält; falls kein Pfad existiert, dann ist $L = []$.
Verbinden Sie die Knoten a, h und g, h mit Kanten mit Gewicht 1 und wenden Sie Ihren Algorithmus auf den so entstandenen Graphen mit $s = a, z = i$ an.
Verwenden Sie nicht den Algorithmus von Floyd.