Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2002/03
Übungsblatt 1
18. Oktober 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Letzter Abgabetermin: Montag, 28. Oktober (vor der Übung)

Aufgabe 1

Tragen Sie in die folgende Tabelle die maximale Eingabelänge ein, so dass ein Problem bei Laufzeit $T(n)$ in der angegeben Zeit t gelöst werden kann, wenn die Zeit für einen Rechenschritt eine Mikrosekunde beträgt (verwenden Sie hierbei: 1 Jahr = 365 Tage).

	0,01 Sek.	1 Sek.	1 Min.	1 Jahr	2 Jahre
$\lg n$					
$1000 \lg n$					
$\sqrt{n}$					
$1000\sqrt{n}$					
n					
$1000n$					
$n \lg n$					
$1000n \lg n$					
n^2					
$1000n^2$					
n^3					
$1000n^3$					
2^n					
$1000 \cdot 2^n$					
$n!$					
$1000 \cdot n!$					

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass für $n \geq k$ die folgenden Schranken für den Binomialkoeffizienten gelten.

$$\left(\frac{n}{k}\right)^k \leq \binom{n}{k} \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Aussagen gelten? Geben Sie jeweils eine formale Begründung an.

1. $n^2 \log n = \mathcal{O}(n^3)$,
2. $17 \log n = \Omega(n)$,
3. $\log(n!) = \Theta(n \log n)$.

Aufgabe 4

Sei die Relation $\approx$ auf der Menge der Funktionen $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$ wie folgt definiert: $f(n) \approx g(n)$ wenn $f(n) \in \Theta(g(n))$ gilt. Zeigen Sie, dass $\approx$ eine Äquivalenzrelation ist (d.h. es handelt sich um eine reflexive, symmetrische und transitive Relation).

Bemerkung: Damit ist gezeigt, dass die Äquivalenzklassen von $\approx$ aus den Funktionen bestehen, die die gleiche Wachstumsrate besitzen. In anderen Worten heißt dies, dass $f(n)$ und $g(n)$ genau dann die gleiche Wachstumsrate besitzen, wenn $f(n) \approx g(n)$.