Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Peter Ullrich
Dipl.Math. Dipl.-Ing. Thomas Bayer

SS 2003
Übungsblatt 1
22. April 2003

Algorithmische Algebra II

Abgabe: 28. April, in der Übung, MI03.09.011B

Aufgabe 1

Seien $F = [f_1, \ldots, f_s]$ ein s-Tupel von Polynomen in $k[X]$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$ und $f \in k[X]$. Zeigen Sie:

(a) Ist $\overline{f}^F = h \neq 0$ und $F' = [f_1, \ldots, f_s, h]$, so gilt $f \to_{F'} 0$.

(b) Ist $\overline{f}^F = 0$ und $F' = [f'_1, \ldots f'_t]$ mit $t \geq s$ und $f_i = f'_i$ für $i = 1, \ldots, s$, so gilt $f \to_{F'} 0$.

Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussage:
Seien $F = [f_1, \ldots, f_s]$ ein s-Tupel von paarweise verschiedenen Polynomen aus $k[X]$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$ und $f \in k[X]$. Genau dann ist $f \to_F 0$, wenn $\overline{f}^{\pi F} = 0$ für jede Permutation π (auf s Elementen) gilt, wobei πF das entsprechend permutierte s-Tupel ist.

Aufgabe 3

Implementieren Sie die Versionen 2 und 3 des Buchberger-Algorithmus aus der Vorlesung als Prozeduren `myBuchberger2` und `myBuchberger3` in Singular. Testen Sie anhand verschiedener Eingaben die Laufzeiten beider Algorithmen und dokumentieren Sie Ihre Resultate.

(Bitte senden Sie die Source-Codes an `bayert@in.tum.de`)

Aufgabe 4

Zeigen Sie: Ein R-Modul M ist genau dann endlich erzeugt, wenn M isomorph zu einem Modul der Form R^n/N ist, wobei N ein Untermodul von M ist.