Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Moritz Maaß/Stefan Eckhardt

Wintersemester 2003/04
Übungsblatt 9
16. Januar 2004

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 23.01.2004 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Angenommen es gäbe keine Möglichkeit, den Wert ∞ als Schlüssel darzustellen. Beschreiben Sie, wie man die Delete-Methode der Binomial Queue dennoch in $O(\log n)$ implementieren kann. Argumentieren Sie über die Zerlegungsmöglichkeiten der Binomialbäume.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage: Die Höhe eines Fibonacci-Heaps ist durch $O(\log n)$ beschränkt.

Aufgabe 3

Wir betrachten in dieser Aufgabe Mengen mit Elementen aus $[0, n-1]$. Solche Mengen können als Vektoren Boolescher Werte dargestellt werden. Dabei repräsentiert der Vektor $\bar{a}$ die Menge $A \subseteq [0, n-1]$, wenn $\bar{a}[x] = \mathsf{true} \Leftrightarrow x \in A$ (im Englischen heißt $\bar{a}$ häufig „bit vector“). Geben Sie effiziente Algorithmen für die Operationen „Vereinigung“, „Schnitt“ und „Differenz“ an. Wie sind die Laufzeiten?

Aufgabe 4

Angenommen wir implementieren eine Union-Find-Datenstruktur mit den Heuristiken Union-By-Size und Path-Compression. Zeigen Sie, dass die Gesamtlaufzeit von n MakeSet-, Union- und Find-Operationen $O(n)$ ist, wenn zuerst alle MakeSet-, dann alle Union- und anschließend alle Find-Operationen angewendet werden.