Diskrete Strukturen I

43. Injektiver Zusammenhang

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph und sei w eine Funktion, die für jede Kante $e \in E$ ein Gewicht $w(e)$ festlegt. Beweisen Sie, dass es nur einen (also eindeutigen) minimalen Spannbaum gibt, wenn w eine *injektive* Funktion ist!

44. Baumzentrum

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph. Für $u \in V$ setzen wir $r(u) = \max_{v \in V} d(u, v)$. Der Parameter $r(G) = \min(r(u) : u \in V))$ heißt der *Radius* von G, und $Z(G) = \{u \in V : r(u) = r(G)\}$ das *Zentrum* von G. Zeigen Sie, dass das Zentrum eines Baumes entweder aus einem Knoten oder zwei benachbarten Knoten besteht.

45. Kürzeste Wege

Bestimme die kürzesten Wege von Knoten 1 nach allen Knoten i in dem folgenden gerichteten Graphen, der durch seine Gewichtsmatrix gegeben ist. (Dabei bedeuten fehlende Einträge, dass die entsprechenden Kanten nicht vorhanden sind.)

	1	2	3	4	5	6	7
1			4	10	3		
2			1	3	2	11	
3		9		8	3	2	1
4		4	5		8	6	3
5	1		1	2		3	1
6		1	1	3	2		
7	2	4	3			2	

46. Maximalgrad

Beweisen Sie: Ein planarer dreiecksfreier Graph besitzt einen Knoten vom Grad höchstens 3.