Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Theoretische Informatik und
Grundlagen der Künstlichen Intelligenz
Prof. Dr. Dr. h.c. Wilfried Brauer

Wintersemester 2004/05
Diskrete Strukturen I
Übungsblatt 13
2. Februar 2005
Sebastian Wernicke

Diskrete Strukturen I

47. Kreissystem

Beweisen Sie: In jedem eulerschen Graphen gibt es ein System von Kreisen $C_1, \ldots, C_r$, so dass jede Kante des Graphen genau einmal im Kreis liegt.

48. Regulärchromatisch

Beweisen Sie dass jeder k-reguläre bipartite Graph G chromatischen Index $\chi'(G) = k$ hat. (Mit anderen Worten: er besitzt eine Kantenfärbung mit k Farben, so dass je zwei inzidente Kanten verschieden gefärbt sind.)

49. Matchings I

Beweisen oder widerlegen Sie: Für jeden bipartiten Graphen $G = (A \cup B, E)$ gilt:

$$\max\{|M| \mid M \text{ Matching in } G\} = |A| - \max\{|X| - |\Gamma(X)| \mid X \subseteq A\}.$$

(Hinweis: $\Gamma(X)$ bezeichnet hierbei die Menge der zu den Knoten in X benachbarten Knoten.)

50. Matchings II

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und M ein Matching in G. Ein Pfad in G heißt M-*alternierend*, falls er abwechselnd Kanten aus M und Kanten aus $E \setminus M$ enthält. Ein Pfad in G heißt M-*augmentierend*, falls er M-alternierend ist, mehr Kanten aus $E \setminus M$ als aus M enthält und die Endknoten des Pfades werden von M nicht überdeckt. Zeigen Sie:

a) Ist M ein Matching und P ein M-augmentierender Pfad, dann ist die symmetrische Differenz $M \Delta P$ wiederum ein Matching.

b) Sind M_1 und M_2 zwei Matchings in G mit $|M_1| > |M_2|$, dann gibt es einen M_2-augmentierenden Pfad in G.