Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Dr. Peter Ullrich
Dmytro Chibisov

SS 2005
Übungsblatt 12
20. Juli 2005

Algorithmische Algebra I

(Abgabe: Mittwoch, 13.7.2005, in der Vorlesung)

Aufgabe 1

Gegeben seien Polynome $f_1, \dots, f_s \in \mathbb{C}[t]$, die eine Abbildung

$$\begin{aligned} F : \mathbb{C} &\longrightarrow \mathbb{C}^s \\ t &\longmapsto (f_1(t), \dots, f_s(t)) \end{aligned}$$

definieren. Zeigen Sie, dass $\text{im}(F)$ eine algebraische Menge ist. Geben Sie ein Ideal $J \subseteq \mathbb{C}[x_1, \dots, x_s]$ an, sodass $\text{im}(F) = V(J)$.

Aufgabe 2

Die Funktion

$$\begin{aligned} F : C \setminus \{i\} &\longrightarrow \mathbb{C}^2 \\ t &\longmapsto (\frac{2t}{t^2+1}, \frac{t^2-1}{t^2+1}) \end{aligned}$$

bildet die Menge $\mathbb{C} \setminus \{i\}$ auf die Punkte des Kreises $x^2 + y^2 - 1 = 0$ ab. Zeigen Sie $\overline{\text{im}(F)} \setminus \text{im}(F) = \{(0, 1)\}$.

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 2 auf Blatt 11.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Kurven C_1 und C_2, die durch folgende implizite Gleichungen gegeben sind:

$$C_1 : (x^2 + y^2)^3 - 4x^2y^2 = 0 \qquad C_2 : x^2 + y^2 - 1 = 0.$$