
Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 06.02.2006 vor der Übung

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Geben Sie einen möglichst zeit- und platzeffizienten Algorithmus an, der für einen gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit nichtnegativen Kantengewichten und einen Knoten $v_0 \in V$ jeweils einen gewichtsminimalen Pfad von v_0 zu jedem anderen Knoten $v \in V \setminus v_0$ bestimmt und ausgibt. Es genügt nicht, nur die Gewichte dieser Pfade zu bestimmen. Analysieren Sie die Laufzeit und den Platzbedarf Ihres Algorithmus.

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Die transitive Hülle von G ist definiert als der Graph $G^* = (V, E^*)$ mit

$$E^* = \{(u, v) : \text{es gibt einen Pfad von } u \text{ nach } v \text{ in } G\}$$

Entwickeln Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der für einen gegebenen Graphen G die Adjazenzmatrix von G^* berechnet.

Hinweis: Modifizieren Sie einen der in der Vorlesung behandelten Algorithmen geeignet.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel eines gewichteten Graphen mit positiven und negativen Kantengewichten (aber ohne negative Kreise), für den der Dijkstra-Algorithmus eine falsche Lösung liefert. Begründen Sie Ihre Antwort.