Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Jens Ernst

Wintersemester 2005/06
Übungsblatt 2
2. November 2005

Grundlegende Algorithmen

Abgabetermin: 09.11.2005 **vor** *der Übung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Seien $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ zwei Algorithmen für dasselbe Problem. Für Eingaben der Größe n benötigt $\mathcal{A}$ genau $240n^2 + 16n$ Operationen, wohingegen $\mathcal{B}$ genau $n^3 + 2n$ Operationen benötigt.

a. Welcher Algorithmus ist asymptotisch (d.h. für $n \longrightarrow \infty$) schneller?

b. Für welche Eingabegrößen würden Sie $\mathcal{A}$ bzw. $\mathcal{B}$ bevorzugen?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

a. $g = o(f) \Longrightarrow g = O(f)$

b. $g = \omega(f) \Longrightarrow g = \Omega(f)$

c. $g = \Omega(f) \Longleftrightarrow f = O(g)$

d. $g = \Theta(f) \Longleftrightarrow g = O(f) \wedge f = O(g)$

e. $g = o(f) \Longrightarrow g \neq \Omega(f)$

f. $g = \omega(f) \Longrightarrow g \neq O(f)$

Gilt bei den einfachen Implikationen auch die umgekehrte Richtung? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a. $n \log n = o(n^{\frac{3}{2}})$

b. $(\log n)^3 = \Omega(n^{0.00001})$

c. $\log n! = \Theta(n^2)$

d. $n^2 = \Omega(n^2 + 2n)$

e. $n! = o(n^n)$

f. $\log_n 2n = o(1)$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a. Seinen $n, m \in \mathbb{N}$ mit $n \geq m$. Bezeichne, wie in der Vorlesung, $\ell(x)$ die Länge der Binärdarstellung einer Zahl $x \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, daß $\ell(n \cdot m) = O(\ell(n))$.

b. Sei $\ell_{10}(x)$ die Länge der Dezimaldarstellung von x. Gilt dann auch $\ell_{10}(n \cdot m) = O(\ell_{10}(n))$?