
Diskrete Strukturen II

Abgabetermin: 23. Juni 2006 vor der Zentralübung

Aufgabe 1

Auf einem Blatt Papier sind im Abstand von 4 cm horizontale Linien aufgemalt. Wir werfen eine Münze mit einem Radius von 1 cm auf dieses Blatt Papier. Dabei treffen wir immer das Papier und werfen nicht daneben, so dass der Mittelpunkt der Münze gleichverteilt wird auf dem Papier.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit berührt die Münze eine Linie?
2. Wir werfen nun eine 2 cm lange Nadel anstatt der Münze. Mit welcher Wahrscheinlichkeit berührt die Nadel eine Linie? (Hinweis: Nehmen Sie an, dass Winkel und Ort der Nadel unabhängig sind.)

Aufgabe 2

1. Gegeben sei ein Kreis mit Radius 1. Wir wählen zufällig (gleichverteilt) einen Punkt innerhalb des Kreises. Berechnen Sie die Dichte der Verteilung des Abstands zwischen dem Punkt und dem Kreismittelpunkt?
2. Seien A , B und C jeweils gleichverteilt über $[0, 1]$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Lösungen der Gleichung $Ax^2 + Bx + C = 0$ reellwertig sind? (Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Dichtefunktion von $A \cdot C$ und verwenden Sie für die sich anschließende Rechnung $\int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9}$.)

Aufgabe 3

Bei einem Einwahlserver für $n = 10^3$ Teilnehmer nehmen wir an, dass zu einem festen Zeitpunkt jeder Teilnehmer mit Wahrscheinlichkeit $p = 0,05$ Zugriff auf den Server wünscht.

1. Berechnen Sie eine Näherung der Wahrscheinlichkeit, mit der gleichzeitig mehr als 55 Verbindungswünsche auftreten? Approximieren Sie dabei die Binomialverteilung durch die entsprechende Normalverteilung und benutzen Sie ggf. geeignete Tabellen für die Werte der Standardnormalverteilung.
2. Berechnen Sie mit Maple den exakten Wert und vergleichen Sie ihn mit der Näherung.

Aufgabe 4

Ein Krankenhaus steht in einer Strasse der Länge $\ell < 1$ am Punkt $a \in [0, \ell]$.

1. Wenn alle Notfälle gleichverteilt an einem Punkt in $[0, \ell]$ vorkommen, wo soll das Krankenhaus stehen, damit die erwartete Fahrzeit des Rettungsdienstes minimal ist?
2. Sei nun $\ell = \infty$ und die Notfälle vom Punkt 0 an exponentialverteilt mit Parameter λ . Wo sollte das Krankenhaus jetzt idealerweise stehen?