Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Wintersemester 2006/2007
Übungsblatt 1
20. Oktober 2006

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 27.10.2006 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es sei $f(n)$ die Anzahl der Wörter der Länge n, in denen die Buchstaben alle $0, 1$ und 2 sind, und in denen niemals zwei 0'en hintereinander vorkommen. Beispielsweise gilt $f(1) = 3$, $f(2) = 8$ und $f(3) = 22$.

(a) Bestimmen Sie eine Rekursionsgleichung für $f(n)$.

(b) Geben Sie eine explizite Darstellung für $f(n)$ an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es seien $a > 1$, $b > 1$ und $c \geq 0$ von n unabhängige Konstanten. Bestimmen Sie für folgende Rekursionsgleichung eine explizite Lösung in Abhängigkeit von n, a, b und c, wobei $n = b^k$ für ein $k \geq 1$ gilt:

$$T(n) = a \cdot T(n/b) + c \text{ und } T(1) = 1 \;.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei folgender Algorithmus zur Berechnung von n!

$r := 1$
`for` $i = 2$ `to` n `do` $r = r \cdot i$

Bestimmen sie Platzbedarf und Laufzeit im uniformen und logarithmischen Kostenmaß.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $2^{k^2} \cdot n^3 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right) \in O\Big((1-(-1)^{n+1}) \cdot k^{100} \cdot n^7\Big)$ für festes $k \geq 1$.

(b) $\log\log n \in o(\log\sqrt{n})$.

(c) $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor! \in \Theta\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil!\right)$.