Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Wintersemester 2006/2007
Übungsblatt 6
24. November 2006

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 01.12.2006 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Geben Sie eine Folge von m Access-Operationen für eine Liste der Länge n, welche die Transpose-Heuristik (TR) verwendet, an, so dass die amortisierten Kosten pro Access-Operation $\Omega(n)$ sind.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Wir modifizieren die Move-to-Front-Heuristik derart, dass ein zugegriffenes Element an Position k nicht an den Anfang der Liste, sondern nur den halben Weg nach vorn, genauer an Position $\lceil \frac{k+1}{2} \rceil$, gebracht wird (MHF-Heuristik). Zeigen Sie, dass

$$C_{MHF}(s) \leq 2(2C_A(s) + X_A(s) - F_A(s) - m)$$

für jede Folge s von Zugriffsoperationen der Länge m gilt.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Länge eines kürzesten Weges von der Wurzel zu einem Blatt in einem Leftist-Baum mit n Knoten höchstens $\lfloor \log(n+1) \rfloor$ ist.

(b) Beschreiben Sie einen Algorithmus, der zwei Leftist-Bäume T_1 und T_2 zu einem Leftist-Baum T vereinigt. Analysieren Sie die Laufzeit dieser Merge-Operation.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei eine Folge von m Access-Operationen auf einer n-elementigen Menge, wobei eine Splay-Tree-Implementierung zugrundeliege. Weiterhin zähle $q(i)$, $i = 1, \ldots, n$, wie oft der i-te Knoten das Ziel einer Access-Operation ist. Zeigen Sie, dass unter der Voraussetzung $q(i) > 0$ für alle i die amortisierte Zeit für die m Access-Operationen durch

$$O\left(m + \sum_{i=1}^{n} q(i) \log\left(\frac{m}{q(i)}\right)\right)$$

beschränkt ist.