
Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 2. Juli 2007 vor der Vorlesung

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass man die folgende Anweisung durch ein WHILE-Programme simulieren kann: **if** $x_i \neq 0$ **then** P_1 **else** P_2 **fi** (If-Then-Else).

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Geben Sie eine Turingmaschine an, die eine Binärzahl $z \in \{0, 1\}^+$ inkrementiert, d. h. um 1 erhöht. z sei dabei in der Startkonfiguration (ϵ, q_0, z) gegeben. Man beachte, dass auch führende Nullen in den Binärzahlen erlaubt sind. Am Ende der Rechnung soll das Ergebnis vorliegen im Format einer nächsten Eingabe für eine Turingmaschine.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Geben Sie eine Turingmaschine an, die zwei Binärzahlen addiert. Die beiden Binärzahlen seien dabei als $z_1, z_2 \in \{0, 1\}^+$ in der Startkonfiguration $(\epsilon, q_0, z_1 \square z_2)$ gegeben. Man beachte, dass auch führende Nullen in den Binärzahlen erlaubt sind. Am Ende der Rechnung soll das Ergebnis vorliegen im Format einer nächsten Eingabe für eine Turingmaschine. Stützen Sie die Definition in geeigneter Weise auf die in der vorausgegangenen Aufgabe definierte Turingmaschine ab.

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Geben Sie für die Sprache

$$L = \{ww ; w \in \{0, 1\}^*\}$$

einen linear beschränkten Automaten (LBA) M an, der L akzeptiert.

Hinweis: Die als Vorbereitung bezeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und dienen der häuslichen Vorbereitung der Tutoraufgaben, die ebenfalls nicht bewertet werden. Die Abgabe einer Bearbeitung der Vorbereitungsaufgaben zusammen mit der Bearbeitung der Hausaufgaben wird empfohlen. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet.

Vorbereitung 1

Zeigen Sie, dass man die folgenden Anweisungen durch WHILE-Programme, wie sie in der Vorlesung definiert wurden, simulieren kann:

1. $x_i := x_j + x_k$ (Addition zweier Variablen),
2. $x_i := x_j \dot{-} x_k$ (Bedingte Subtraktion, d. h. $x_j \dot{-} x_k = 0$ für $x_j \leq x_k$).

Vorbereitung 2

Geben Sie basierend auf den in der Vorlesung definierten Regeln für primitiv rekursive Funktionen jeweils Definitionen an für

1. $add(n, m) = n + m$,
2. $sub(n, m) = n \dot{-} m$ (Bedingte Subtraktion, d. h., $sub(n, m) = 0$ für $m \geq n$).

Tutoraufgabe 1

Zeigen Sie, dass man die folgenden Anweisungen durch WHILE-Programme simulieren kann:

1. $x_i := x_j * x_k$ (Multiplikation zweier Variablen),
2. $x_i := x_j / x_k$ (Ganzzahlige Division zweier Variablen: $x_i = \lfloor \frac{x_j}{x_k} \rfloor$),
3. Zeigen Sie ferner, dass man Bedingungen der Art $x_i < x_j$ bzw. $x_i = x_j$ in den **if**- und **while**-Konstrukten simulieren kann.

Tutoraufgabe 2

Geben Sie basierend auf den in der Vorlesung definierten Regeln für primitiv rekursive Funktionen jeweils Definitionen für

1. $mul(n, m) = nm$,
2. $fak(n) = n!$,
3. $twopow(n) = 2^n$,
4. $tower(n) = 2^{2^{2^{\dots^2}}}$ (d. h. $2^{(2^{(2^{\dots^2})})}$, Turm der Höhe n),
5. $ifthen(n, a, b)$ mit

$$ifthen(n, a, b) = \begin{cases} a & n \neq 0, \\ b & n = 0. \end{cases}$$