

---

## Algorithmen für die Speicherhierarchie

---

*Abgabetermin: 30.10.2007 vor der Übung*

### Untere Schranken

Wir wollen eine untere Schranke für das Permutieren von  $N$  Elementen zeigen. Unser Modell besteht aus einem Speicher der Größe  $M$  und einem externen Speicher, der aus  $N$  Blöcken besteht, die  $B$  Elemente fassen können. Der Inhalt von Speicher und Blöcken wird dabei als Mengen aufgefasst, d.h. die Anordnung der Elemente ist irrelevant. Eine I/O-Operation besteht nun darin einen kompletten Block zu lesen oder zu schreiben. Dabei können entweder eins bis  $B$  Elemente aus dem Speicher in einen leeren Block verschoben werden, oder ein kompletter Block in den Speicher verschoben werden, wozu dort natürlich mindestens Platz für  $B$  Elemente sein muss. Jedes Element befindet sich also immer in genau einem Block oder im Speicher.

#### Aufgabe 1 (3 Punkte)

Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es also maximal, für eine Lese- bzw. Schreib-Operation?

#### Aufgabe 2 (3 Punkte)

Wir betrachten nun das Permutieren von  $N$  Elementen. Eine Konfiguration unseres Modells ist durch den Inhalt von Speicher und Blöcken bestimmt. Die Eingabe steht am Anfang der Platte, d.h. in den ersten  $N/B$  Blöcken, und der Speicher ist leer. Die Ausgabe soll ebenfalls wieder am Anfang der Platte stehen. Um  $N$  Elemente zu permutieren gibt es normalerweise  $N!$  verschiedene Permutationen. Da wir den Inhalt der Blöcke aber als Mengen auffassen, gibt es weniger Endkonfigurationen. Wieviele verschiedene Endkonfigurationen sind in unserem Modell möglich?

#### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Um eine untere Schranke zu zeigen, brauchen wir nur die Anzahl der Konfigurationen bestimmen, die nach  $\ell$  I/Os maximal erreichbar sind. Solange diese Zahl kleiner als die Zahl der möglichen Endkonfigurationen ist, ist es mit dieser Anzahl an I/Os offensichtlich nicht möglich alle Endkonfigurationen zu bestimmen. Bestimmen Sie die Anzahl der maximal erreichbaren Konfigurationen nach  $\ell$  I/Os. Bestimmen Sie damit eine untere Schranke.