Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Werner Meixner

Wintersemester 2012/13
Informationsblatt 2
19. November 2012

Diskrete Strukturen

Hin.Ti's zu HA Blatt 6

Die folgenden Hinweise und Tipps zu Hausaufgaben sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich. Man sollte zunächst versuchen, die Hausaufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

ad HA 1:

Offenbar wird durch (1) für alle $n \geq 2$ eine Aussageform $A(n)$ wie folgt definiert:

$$(\forall (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in (\mathbb{R}^+)^n)\ [1 + (a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) < (1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \ldots \cdot (1 + a_n)]\,.$$

Dabei bezeichnet $(\mathbb{R}^+)^n$ die Menge aller n-Tupel positiver reeller Zahlen.
Die Aussageform $A(n)$ definiert für n eine Eigenschaft $P(n)$, so dass nun per Induktion $(\forall n \geq 2)[P(n)]$ zu beweisen ist.

ad HA 2:

1. Man wende DeMorgan an.

2. Nach Voraussetzung können wir $c' > 0$ und $n_0 \in \mathbb{N}_0$, so dass $|f(n)| \geq c' \cdot g(n)$ für alle $n \geq n_0$ gilt, annehmen. Nun muss c' so modifiziert werden, dass die Ungleichung auch für alle endlich vielen $n < n_0$ gilt.

ad HA 3:

1. Bekanntlich gilt $\omega(f) \cap \mathcal{O}(f) = \emptyset$.

2. Man zeige $3n^2 \notin \Omega(2n^3)$.

3. Man zeige $3 \cdot 2^n \in o(2 \cdot 3^n)$ durch Limesbildung.

4. Sei $f(n) = 2n$. Dann gilt $f(n) \in \mathcal{O}(n)$ und damit $2^{2n} \in 2^{\mathcal{O}(n)}$. Andererseits gilt $2^{2n} \notin \mathcal{O}(2^n)$. Beweis!

ad HA 4:

1. Beachten Sie z.B., dass gilt $(a^b) \bmod c = ((a \bmod c)^b) \bmod c\,.$

2. Beobachten Sie zunächst die Gesetzmäßigkeit der Wiederholung der Werte von $2^k \bmod 12$ für $k \in \mathbb{N}$.

ad HA 5:

Es gilt $\left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor = x \div y$. Benützen Sie die Gleichungen aus VA 1 von Blatt 5.

ad Zusatzaufgabe:

4. Man ziehe von den Elementen der letzten Spalte von Δ die mit x_1 multiplizierten entsprechenden Elemente der vorletzten Spalte ab, usw.